UN ITINERARIO DI PROBABILITÀ NELLA SCUOLA MEDIA

ATTRAVERSO UN LAVORO SIGNIFICATIVO

DI COSTRUZIONE DELLA CONOSCENZA

RISULTATO DEL LAVORO CONCRETO

Elaborazione individuale di R. B.

La capacità dell'uomo di agire in maniera efficace e di affrontare la realtà dipende dalla comprensione e dalla rielaborazione dei messaggi e delle informazioni che vengono dall'esterno.

Interessante è analizzare la situazione quando, e ciò accade normalmente nella vita di tutti i giorni, abbiamo a che fare con la componente "futuro" a proposito della quale le informazioni a nostra disposizione sono incomplete, dal momento che non possiamo assolutamente bloccarci su questo fatto.

L'uomo ha sempre intuito queste cose e addirittura è arrivato ad impegnare denaro sul futuro se percepiva che una certa situazione avrebbe avuto un determinato sviluppo. Andando al di là di questo "percepire" vediamo di analizzare la situazione anche da un punto di vista matematico per comportarci con più sicurezza.

Immedesimandoci anche noi nelle scommesse, giochiamo su Juventus – Milan di domenica prossima prendendo in considerazione le due ipotesi di "vittoria" e "non vittoria":

Cristiano dice che è disposto a spendere 50.000 lire pur di avere, in caso di vittoria della Juve, 250.000 lire.

Questo presuppone che l'avversario sia disposto a pagare 200.000 lire.

Giovanni dice che nelle sue scommesse precedenti si è sempre proceduto a posta pari e si chiede chi può essere il pazzo che sta a una proposta simile a quella di Cristiano. Altre persone gli forniscono la risposta: probabilmente se uno è molto sicuro, più sicuro dell'altro, sarà disposto a puntare di più. Di conseguenza i 4/5 della somma totale pagati dall'avversario possono essere considerati la "quantificazione" della sua fiducia sulla non vittoria della Juve, mentre 1/5 di Cristiano testimonia la sua convinzione a proposito della vittoria della squadra in questione. Ma come si fa a valutare?

Anche in questo caso si deve assumere il maggior numero di informazioni possibili perché l'idea di ciò che accadrà sia la più veritiera.

In questo caso posso vedere per esempio la posizione in classifica, cioè le partite vinte o meno dalle due squadre, il fattore del giocare in casa o fuori casa, la condizione dei giocatori ecc.

Nel parlare della fiducia di Cristiano e dell'avversario sulle cose sulle quali scommettono, ci siamo resi conto (e forse vale la pena di esplicitarlo meglio) che possiamo tradurre simbolicamente la situazione in questo modo:

il nostro compagno paga 1 per guadagnare 5 $\Rightarrow$ 1/5; se l'altro accetta, paga 4 e vince 5 $\Rightarrow$ 4/5, dove il <u>numeratore è quello che pago</u> e <u>il denominatore è la posta totale</u>, dunque ciò che vinco.

Quindi la valutazione di probabilità di Cristiano : P(V) = 1/5

Invece la valutazione di probabilità dell'altro $P(\overline{V}) = 4/5$

E' venuto spontaneo dire: **1/5 + 4/5 = 1**

che non è solo corretto a livello numerico, ma ha un senso e cioè:

Probabilità vittoria + probabilità non vittoria = unione in un unico insieme delle due sole possibili situazioni verificabili, quindi la certezza (una delle due uscirà obbligatoriamente).

Una domanda che ci siamo posti è 1/5 e 4/5 sono razionali; possiamo trovare qualsiasi razionale in questo contesto?

Facendo delle ipotesi abbiamo risposto: NO, ad esempio una frazione come 7/5 sarebbe assurda! Nessuno punta soldi per perderli a priori! (in questo caso infatti, il "tizio" punterebbe 7 per avere 5 in caso di vittoria!). E poi il significato da noi attribuito al denominatore è quello di posta totale, oltre a quello di ciò che si vince (proprio perché non è pensabile che siano disgiunte le due cose), per cui se punto 7, come minimo sul tavolo avrò 7 (caso limite in cui l'altro non mette nulla). Ed è questo, ricollegato alla frazione 1/1 che abbiamo visto esprimere certezza che ci fa arrivare alla conclusione <u>per cui i razionali possibili sono tra 0 (l'insicurezza totale) e 1 (la certezza).</u>

Però, ci viene da obiettare, se uno è tanto più sicuro dovrebbe tendere a guadagnare di più…. Ma bisogna tener conto che c'è l'avversario che mi blocca: lui deve stare alla scommessa, e se questa è leale, visto che puntiamo su cose opposte, se sono sicurissimo delle cose su cui impegni i miei soldi, l'altro non può avere un parere totalmente contrario, quindi non accetta e punta 0 ($\Rightarrow$ caso limite 1/1)

Quindi per chiarire meglio potremmo dire che i razionali che troveremo a tradurre queste situazioni stanno tra 1 , la certezza, e 0 ,la certezza del contrario (rispetto alle cose su cui devo puntare).

E' forse anche utile sottolineare che, dovendo dare i due razionali sempre la stessa somma (1/1), più uno è sicuro, più l'altro è insicuro, (a proposito della scommessa), cioè sicuro del contrario.

Proviamo a prospettare degli altri casi in cui sia possibile scommettere:

1) Supponiamo di sapere da un sondaggio che a Torino il 40% della tifoseria è per la Juve. Che cosa scommetteresti che incontrando un tifoso sia della Juve?

Per rispondere analizzo le informazioni che posseggo ed esprimo la mia opinione, cioè quella che chiamo **valutazione di probabilità**.

(Prima di proseguire ricordiamo il significato di sondaggio: è un'indagine condotta su di un campione prescelto per rappresentare la totalità dei casi e che mi permette di generalizzare i risultati, parliamo quindi di Campione Significativo).

Per la scommessa assumo il rapporto determinato dal sondaggio (unica informazione che possiedo), come valutazione di probabilità, tenendo però conto che il sondaggio è stato fatto in un tempo passato dal quale suppongo la situazione non sia cambiata, ma che la valutazione è provvisoria nel senso che un nuovo sondaggio potrebbe modificare il rapporto.

2) Supponiamo che un sondaggio abbia avuto risultati di questo tipo: 0,004% della popolazione italiana si ammalerà di cancro entro un anno. Come valuteresti la probabilità che il sig. Bianchi sia tra questi?

Sottolineando le riserve espresse nel caso precedente, valuto 0,004/100 la sua probabilità.

Ma Tullio non è d'accordo sulla valutazione fatta e dice: ma se io sapessi che questa persona fuma come un turco, non sono più disposto ad accettare la valutazione precedente perché so che un tale individuo è più soggetto alla malattia. Ha ragione Tullio? Adriana ne è convinta (dato che il fumo incide sulla percentuale dei casi, è un'informazione in più: teniamone conto). Il concetto espresso da Tullio è giusto, ma anche la nostra "valutazione" non è contestabile: era corretta per quanto riguarda la situazione che avevamo di fronte. Tullio ha aggiunta una nuova informazione che non era possibile prevedere.

Il discorso di Tullio ha posto un altro problema: <u>un aumento di informazione</u> fa cambiare la mia valutazione di probabilità, la mia opinione; in questo caso (che esamineremo più avanti) chiamo la nuova valutazione, **probabilità condizionata all'essersi verificato che l'individuo appartiene a un gruppo particolare.**

3) Prendiamo in considerazione un'altra situazione: vado a comprare un mazzo di carte (perché la cosa risulti obiettiva) lo mescolo e prendo una carta a caso. Come valuteresti la probabilità che esca il tre di fiori?

Ci accorgiamo che il caso è diverso dai precedenti. La prima cosa che viene fuori è che in questa situazione le due uscite "tre di fiori", "non tre di fiori" sono determinate la prima da una sola carta, la seconda dal complesso di 51.

Anche però nel caso vittoria – non vittoria della Juve avevamo capito che un'uscita comprendeva due possibilità (non vittoria = pareggio o sconfitta).

Comunque continuiamo a credere che il tutto sia diverso: ci rendiamo conto che forse abbiamo messo in evidenza subito questo particolare perché abbiamo pochissime informazioni e non ne possiamo trovare altre. Lucrezia esplicita ciò che abbiamo afferrato in maniera intuitiva: una carta non ha più possibilità di uscire rispetto ad un'altra; per noi sono tutte uguali perché non possediamo nessun dato che ce le faccia distinguere, al tatto sono identiche. Potremmo dire, con un linguaggio più appropriato <u>che la probabilità è distribuita uniformemente</u>. Effettivamente non ho altre informazioni oltre a quelle che ottengo dalla pura descrizione della situazione; per questo usiamo l'espressione "sistema fisico". Non avendo altra informazione adotto il risultato del semplice conteggio, dirò cioè che la probabilità che esca il tre di fiori è 1/52 dove 1 è la carta richiesta e 52 è la totalità delle carte. Faccio un po' un bilancio tra il valore delle due uscite possibili, che insieme danno la certezza e la totalità delle carte.

Mi viene in mente ancora una conferma delle cose dette: **certamente le carte sono tutte uguali poiché il ragionamento fatto e lo schema e la soluzione della situazione non valgono solo nel caso del tre di fiori, ma ad esso potrei sostituire qualsiasi altra carta.**

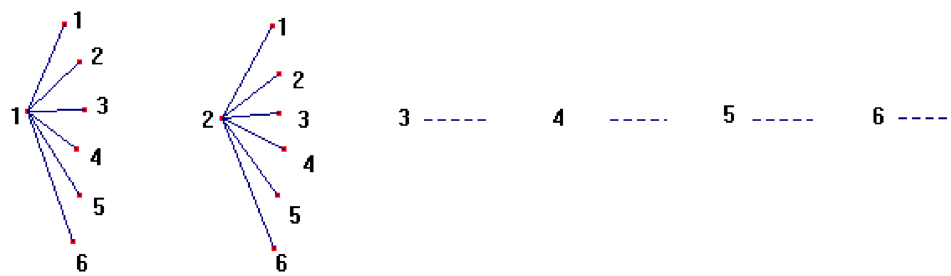
A proposito poi del sistema fisico possiamo dire, dopo aver riflettuto, che spesso mi trovo di fronte a una situazione del genere, ma le ulteriori informazioni che possiedo mi fanno capire che non è opportuno sfruttare i dati fisici come nel nostro caso perché posso raggiungere una soluzione più obiettiva altrimenti; certe situazioni, invece, necessitano di una modellizzazione in un sistema fisico, anche se fisiche non sono, per mancanza di informazioni diverse.

4) Lancio un dado. Come valuto la probabilità dell'uscita di un tre?

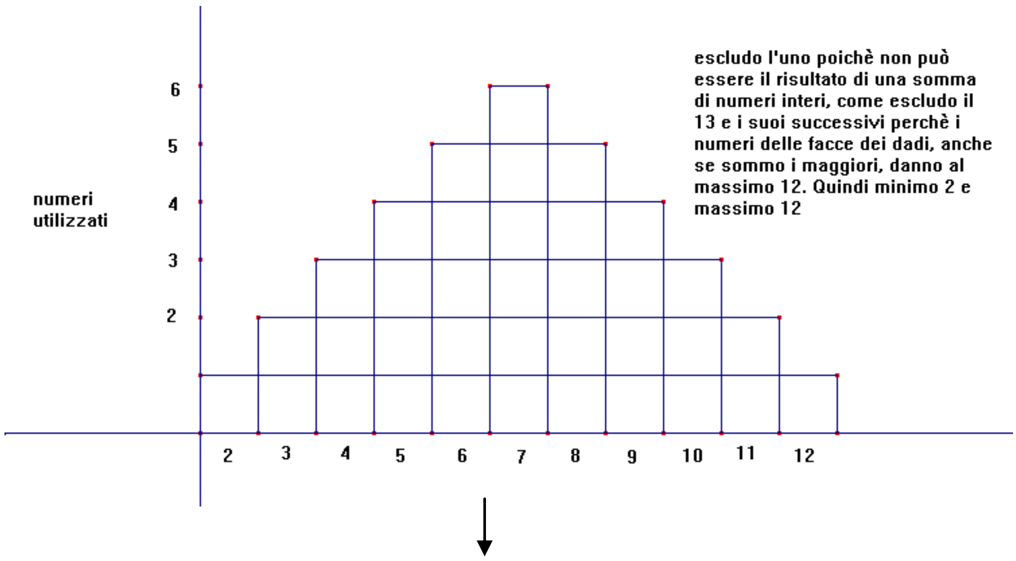
Questo caso è simile al precedente. Dirò quindi che la valutazione di probabilità è 1/6 cioè 1 su 6 delle facce del dado.

5) Lancio due dadi contemporaneamente; scommetteresti la stessa somma sia per l'uscita del 6 che del 7 ?

La situazione si è complicata nel senso che il conteggio che adotterò come valutazione di probabilità deve tener conto delle combinazioni dei due dadi:



Come era prevedibile le combinazioni sono 36 (6*6) e come era prevedibile il 7 ha più possibilità di uscire. Era prevedibile poiché il 7 è più grande del 6 e il 6 sfrutta nelle sue combinazioni, non essendo inserito lo zero sulle facce del dado, i numeri da 1 a 5, mentre il 7 tutti i possibili, cioè da 1 a 6. Bisogna però stare attenti perché non un qualsiasi numero più grande del 6 avrebbe avuto più combinazioni possibili: sorgerebbe il problema contrario, i numeri troppo elevati non potrebbero usufruire di quelli più piccoli sulle facce del dado (non ci sarebbero numeri sufficientemente grandi che, sommati quelli possano dare il numero voluto). Ad esempio anche solo l'otto non usufruirebbe dell'uno nelle sue combinazioni (non c'è il 7 sui dadi), diminuendo il loro numero. In pratica il 7 è non solo più probabile del 6 , ma anche di un qualsiasi altro numero, giocando con due dadi, rappresentando la punta massima di combinazioni possibili perché sfrutta tutti i numeri (un'altra cosa da notare è che la situazione rappresentata su di un grafico è simmetrica rispetto alla situazione del 7)



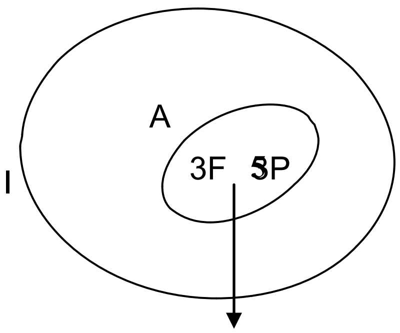
Numeri che ottengo lanciando due dadi e sommando i loro punteggi

Quindi in conclusione, la mia valutazione di probabilità del 6 sarebbe 5/36 e per il 7 6/36 = 1/6

Riprendiamo ora in esame il caso delle carte e immaginiamo di trovarci di fronte a una situazione del genere: come valuteresti ragionevolmente la probabilità dell'uscita **del 3 di fiori o del 5 di picche?**

Ciò vuol dire che per me va bene che esca sia il 3 di fiori sia il 5 di picche, (o uno o l'altro perché, come abbiamo detto più volte i due risultati sono incompatibili, cioè l'uscita di uno annulla tutti gli altri); noi assimiliamo questa condizione particolare ad una somma logica quindi, lavorando per insiemi, un'unione:

I = {Insieme di tutte le carte}



$$3F \cup 5P = A$$

A = {Carte la cui uscita mi va bene per vincere}

Quindi intuitivamente noi esprimiamo così la situazione:

$$P(3F \ \underline{o} \ 5P) = P(3F) + P(5P)$$

Tenendo conto che nel primo non c'è nulla della probabilità del secondo e viceversa. Essendo poi, in questo caso, indistinguibili le carte, posso dire che il risultato corrisponda a due volte quella precedente (quando tenevo per buono solo il 3 di fiori).

$$P(3F \ \underline{o} \ 5P) = 1/52 + 1/52 = 2/52$$

Adesso ci siamo posti di fronte a questa eventualità: Come valuteresti la probabilità dell'uscita di un asso rosso?

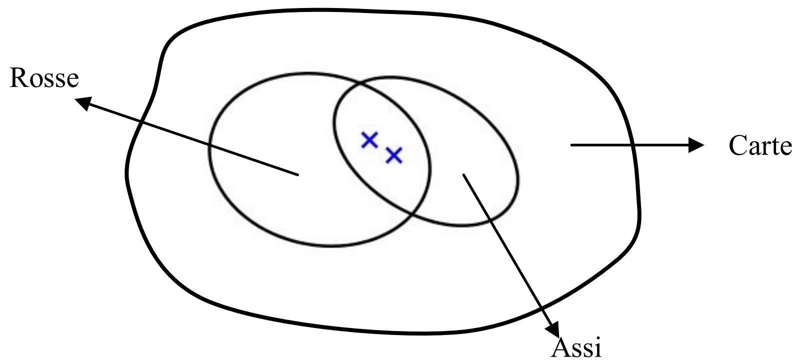
Posso fare un ragionamento di questo tipo:

P(Asso Rosso) = P(A.Q o A.C)

Ci siamo accorti che posso anche intenderle in questo modo:

P(Asso Rosso) = P(Asso e Carta Rossa)

Nel caso di questa seconda scrittura bisogna dire che le due cose sono **compatibili** (a differenza del primo) nel senso che agiscono contemporaneamente e concorrono alla definizione delle carte che devo trovare. Con gli insiemi potrei rappresentare la cosa con un'intersezione delle carte rosse con gli assi



Nell'intersezione stanno infatti i due elementi che ci interessano. Siamo davanti a una "**probabilità condizionata**" cioè la domanda da porre è: so che una carta è rossa. Quale probabilità ha di essere un asso?

Oppure: so che la carta è un asso, quali probabilità ci sono che sia rosso?

Ciò che resta da capire è comunque come sono legate queste due caratteristiche, in pratica: in che modo a livello matematico posso tradurre quell' "e"?

Intanto mi accorgo che l' "e" è asse di simmetria, e cioè che la scrittura

(Carta e Asso Rosso)

possiede la proprietà commutativa (già nella dicitura della probabilità condizionata abbiamo fatto, intuendo la simmetria, due domande).

Operando normalmente, cioè analizzando direttamente il sistema fisico, dire AssoRosso, come è stato evidenziato anche negli insiemi, mi porta a capire che la probabilità che ho di vincere è il doppio di quella di una carta sola, le carte che mi vanno bene sono due!. Quindi:

(1) P(Asso Rosso) = 2/52

infatti

(2) P(Asso Rosso) = P(asso Cuori o Asso Quadri) = 2/52

Tenendo sempre presente gli altri discorsi precedentemente fatti a questo proposito.

Seguendo invece l'altro ragionamento partito dalla scrittura:

P(Asso Rosso) = P(Carta Rossa e Asso)

L'ultima osservazione fatta era la commutatività: a livello di operazioni possiedono questa proprietà l'addizione e la moltiplicazione. La somma non avrebbe senso perché l'abbiamo usata per tradurre un'altra espressione (A o B) con un significato che qui non ritrovo; quindi usiamo la moltiplicazione e la verifichiamo con il risultato ottenuto seguendo una strada già "collaudata" (quella espressa all'inizio):

(3) P(A e C.R.) = P(A) * P(C.R. / A) = 4/52 * 1/2 = 2/52

Che leggo : prob. Asso per prob. che si verifichi Carta Rossa quando so già di avere un Asso). Oppure:

(4) P(C.R. e A.) = P(C.R.) * P(A. / C.R.)

Abbiamo correttamente verificato.

Precisiamo: il tutto sarebbe comunque da dimostrare!

NUOVE SITUAZIONI (I)

1) Nel primo caso abbiamo posto il problema della vincita della Juve valutando vincita e non vincita, quest'ultimo evento essendo complementare del primo.

   Dopo i discorsi fatti, come potresti esprimere diversamente la non vincita?

2) In una fabbrica un pezzo può essere prodotto indifferentemente da due macchine A e B. La macchina A lavora a velocità doppia della B.

   Come valuteresti la probabilità che un pezzo preso a caso provenga dalla macchina A?

3) Lancio tre monete contemporaneamente

   Come valuteresti la probabilità che esca almeno un testa?

4) Bush ha avuto il 53% dei suffragi. Posso ragionevolmente scommettere con una valutazione di probabilità di 53/100 che il signore seduto di fronte a me su questo autobus americano abbia votato per Bush? Perché sì e perché no?

5)

	Maschi	Femmine	TOT.
Proseguono gli studi	42%	46%	88%
Non proseguono	2%	10%	12%
TOT	44%	56%	100%

La precedente tabella (generalizzata in mancanza di altre informazioni), mi permette di scommettere sul proseguimento agli studi dei ragazzi di una città. Come valuteresti la situazione?

6) In un sacchetto ci sono 20 biglie indistinguibili al tatto, numerate da 1 a 20 .

   Faccio un'estrazione:

   come valuteresti la probabilità perché esca un numero < 7?

Perché esca un numero <5 o >10 ?

Perché esca un numero >10 e multiplo di 3 ?

7) Sparando ad un bersaglio, se generalizzo i miei comportamenti medi passati, posso considerare al 20% i colpi che riesco a mandare a segno.

Se sparo due volte, quanto scommetteresti che colpisco?

8) Un signore deve raggiungere gli Stati Uniti via Francoforte dove deve cambiare aereo (dall'Alitalia ad un'altra compagnia) In un momento di difficoltà per scioperi o nebbia, quanto valuteresti sul suo arrivo nei tempi previsti se a Caselle parte un aereo su 6 e a Francoforte solo il 50% dei passeggeri è in grado di salire sull'aereo stabilito per problemi di affollamento?

Come esprimeresti in altro modo l'arrivare?

Come valuteresti la probabilità che o non parte a Caselle o non parte a Francoforte?

I risultati delle due valutazioni di probabilità sono l'uno il complementare dell'altro. Ti pare strano?

Elaboriamo:

1) Già al momento di trattare il problema della vittoria – non vittoria della juve, ci eravamo accorti della particolarità del caso, noi scommettevamo su due uscite possibili, mentre le cose che potevano accadere come risultati di gioco erano tre: vittoria, pareggio, sconfitta.

E' evidente che dicendo vittoria – non vittoria, noi includevamo nella seconda ipotesi ciò che non è vincita, ciò sia pareggio, sia sconfitta. Non abbiamo subito approfondito la cosa, ma or potremmo definire più precisamente la non vittoria:

$$P(\overline{V}) = P(PoS) = P(PA) + P(S)$$

Nel senso che se io scommetto su non vittoria mi va bene sia il pareggio sia la sconfitta. Ora non posiamo tradurre il tutto a livello numerico affermando che essendo V l'unione di due casi , è più probabile di V poiché non siamo di fronte ad un sistema fisico come nel caso delle carte, la probabilità non è distribuita uniformemente perché ho molte altre informazioni che influiscono (e che non possiedo tutte): ci limitiamo alla scrittura evidenziata.

2) Le informazioni che abbiamo ci dicono che una macchina A lavora al doppio della velocità di un'altra B. Ciò significa che in un tempo stabilito mentre B produrrà "tot" pezzi, A ne farà "tot" * 2. Appurato questo posso considerare i pezzi prodotti nel tempo stabilito come le carte sparse sul tavolo. E come nel caso delle carte ho un sistema fisico che mi consente di adottare come valutazione di probabilità il "conteggio" degli elementi della situazione. In questo problema posso dire che:

P(A) = 2/3

3) Di fronte a questa situazione mi rendo conto intuitivamente che è più breve (e in casi complessi senz'altro più semplice) scommettere sull'evento complementare e

quindi a valutare la probabilità complementare a quella di cui si parla "almeno un testa", poiché dato che le monete hanno due sole facce, il caso del non ottenere neanche un testa si riduce ad una possibilità:

roce – croce – croce

La probabilità di questo risultato (c – c – c) è semplice da calcolare visto che mi trovo sempre di fronte ad un sistema fisico (in cui la probabilità è distribuita uniformemente. Non mi resta quindi che trovare il totale dei risultati possibili a cui contrapporre ccc:

2^3 è il numero totale dove il 2 è il numero delle facce della moneta, (cioè degli esiti che posso avere con un sol lancio) e l'esponente 3 è il numero di monete tirate.

Quindi se so.

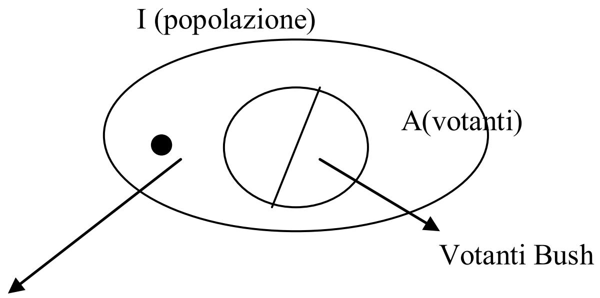
$$P(CCC) = P(\overline{T}) = 1/8$$

(T = caso che ci sia almeno un testa)

Mi è facile trovare T, il complementare, che sarà ciò che manca da 1/8 per raggiungere l'intero:

$$P(T) = 1 - 1/8 = 7/8$$

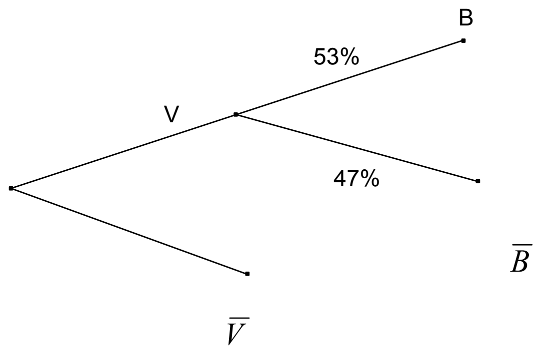
4) Se fossimo certi che tutta la popolazione ha votato, o comunque lo ha fatto il tizio davanti a me, potremmo assumere come valutazione di probabilità che sia per Bush i 53/100 , dato che è quella l'unica informazione che possiedo riguardo ai voti attribuiti all'uno o ad altri candidati. Ma visto che non siamo sicuri , non possiamo far corrispondere la totalità delle persone alla totalità dei votanti. L'informazione che ho, quindi, poiché riferita alla totalità dei votanti da sola non è valida per una valutazione ragionevole, prendendo un individuo qualunque. Potrò esprimere così la situazione, chiarendola a livello insiemi:



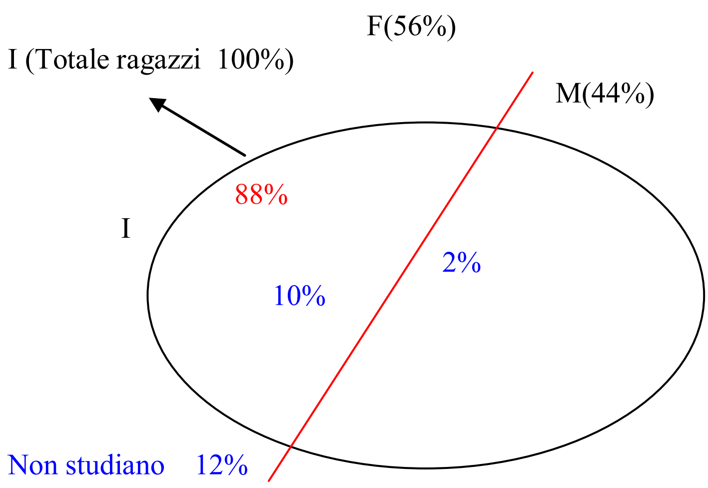
(53/100 non va bene perché potrei andare a “pescare” un individuo nell’insieme I, ma fuori di A)

Per poter valutare correttamente avrei bisogno di un ulteriore informazione che mi definisce la percentuale (o comunque il rapporto) di a rispetto ad I. Allora potrei trovare ciò che cerco in questo modo:

P(B) = P(A) * P(B/A



5) La tabella può essere, perché io la legga meglio, tradotta con gli insiemi:



Di fronte a questa situazione sono molte le domande che mi potrei fare. Ad esempio:

•Quanto valuteresti la probabilità che se intervisto un maschio (preso a caso), continui gli studi? Non continui gli studi?

In questo caso devo scommettere che "…" studi ancora dopo la scuola media già sapendo che è un ragazzo quindi il rapporto che otterrò sarà riferito al totale dei maschi (viene di nuovo ad evidenziarsi, come nel problema precedente, l'importanza di capire bene "rispetto a che cosa" io devo esprimermi); sapendo questo "elimino", cioè mi comporto come se non ci fosse, l'altra parte dell'insieme e dico:

$$P(S/M) = 42/44 = 21/22$$

•Come valuteresti la probabilità che una persona presa a caso non continui gli studi e sia femmina'

A differenza del precedente per questo "caso" parto dal totale degli individui e con due tappe successive arrivo all'insieme più interno che mi interessa. Questo valutare la probabilità è un po' un tracciare la strada verso l'evento e insieme un po' il comporlo determinando via via le caratteristiche, eliminandone alcune tra le possibili.

Comunque la situazione si può esprimere così:

($\overline{S}$ = non studiano) $\quad P(\overline{S} \text{ e } F) = P(F) * P(\overline{S}/F) = 56/100 * 10/56 = 1/10$

6) Dal momento che le biglie sono indistinguibili al tatto e non ho elementi per poterle considerare diverse l'una dall'altra, le considero uguali (almeno a livello di modello matematico) quindi per poter agire non posso far altro che dedurre direttamente da sistema fisico, "contarle":

Prendendone una a caso sulle 20 che ho, ci sono 6/20 possibilità che ne ottenga una con un numero < 7 [precisiamo che <7 vuol dire ciò che sta al di sotto di 7, come valore quantitativo (numeri da 1 a 6) e che quindi la situazione complementare di questa "contiene" numeri maggiori o uguali a 7].

Riassumo:

$$P(<7) = 6/20$$

$$P(<5 \ \underline{o} \ >10) = P(<5) + P(>10) = 4/20 + 10/20$$

$$P(>10 \ \underline{e} \ m3) = P(>10) * P(m3/>10) = 10/20 + 3/10 = 3/20$$

Non credo che ci siano precisazioni ulteriori da fare o cose da dire a proposito delle due scritture poste sopra perché per ottenerle, al di là dei concetti già espressi, bastava contare.

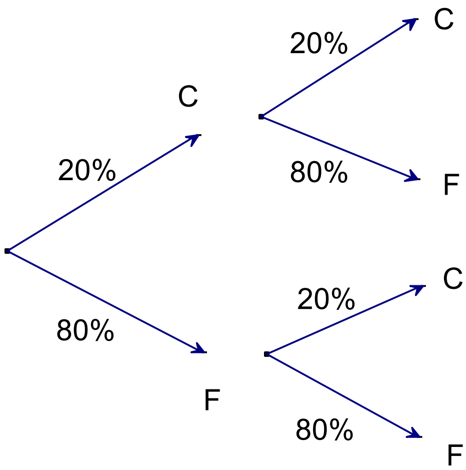
6) Tenendo per buona l'unica informazione, in quel senso, che ho, cioè 20/100, faccio come al solito un'approssimazione della realtà (troppo perfetta per essere vera!) e immagino che la situazione mia e dell'ambiente in cui tiro, sia sempre identica.

Sparando due colpi io posso avere:

C centra

F fuori, non centra il bersaglio

1° tiro **2° tiro**



2^2 possibilità

Ora devo valutare la possibilità di colpire almeno una volta; noto che l'unico "andamento" della situazione che non comprende almeno un C è quello maggiormente evidenziato che porta a F F. E' il complementare di ciò su cui scommettere e per comodità valuto quello visto che mi è più conveniente e avendo come totale fisso l'intero 1. Conosciuto l'uno dei due conosco anche l'altro.

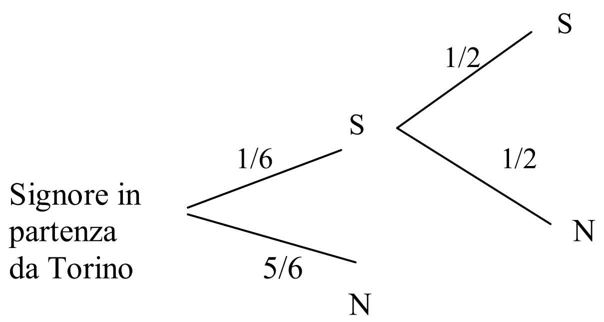
Quindi.

$$P(\overline{C}) = 80/100 * 80/100 = 64/100$$

E di qui:

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - 64/100 = 36/100$$

7) La situazione di fronte a cui mi trovo può essere schematizzata così:



E cioè: il mio viaggiatore in partenza da Torino ha 1/6 delle possibilità di imbarcarsi regolarmente e 5/6 No. (da notare che , a differenza degli altri, o comunque di altri diagrammi ad albero questo nel caso della possibilità "No" al primo stadio si esaurisce perché nella situazione pratica non può verificarsi il secondo evento se non è già avvenuto il primo. Diverso è il caso, per esempio, del punto 7) dove i due tiri sono programmati e sicuri fin dall'inizio, indipendentemente dai risultati.

Se parte da Torino il "sig." arrivato a Francoforte ha la metà delle possibilità di proseguire, se ciò si avvererà garantisce il suo arrivo, in tempi normali, a destinazione, e l'altra metà di non poterlo fare.

L'arrivare è quindi il risultato del succedersi delle due possibilità S, dei due eventi positivi rappresentati da un solo "cammino" o ramo del diagramma da albero:

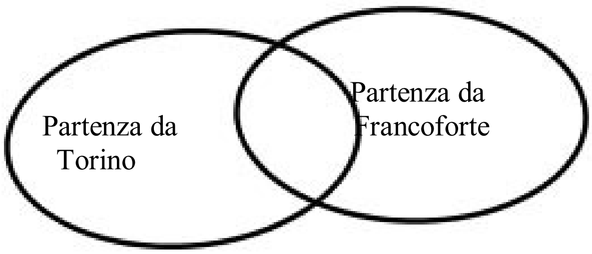
P(Arr.) = P(S1 <u>e</u> S2) = 1/6 * 1/2 = 1/12

Ciò che non è "arrivo (S S)" rappresenta il suo complementare (N ; S N). Anche se sono due rami diversi del diagramma ad albero non mi stupisce il fatto di definirli complementare dell'altro (sono ciò che non è S S , quindi automaticamente complementare), portano ad uno spesso risultato il "non arrivare".

Quindi:

$$P(\overline{A}rr.) = 1 - 1/12 = 11/12$$

Possiamo anche esprimere il tutto attraverso gli insiemi non considerando ogni insieme come gruppo di elementi ma come <u>evento:</u>



$$A \cap B = AeB = arrivo$$

$\downarrow$ A livello insiemi

$\downarrow$ A livello di eventi

riusciamo anche a renderci conto che:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

ed effettivamente è così poiché il non arrivare è già stato espresso come non partenza da Torino o non da Francoforte.

C’è quindi un legame tra l’operazione di intersezione e quella di unione.

Non è strano, no mi meraviglia questo: anche praticamente quando fra tanti oggetti devo trovarne uno determinato da due caratteristiche vado, come si dice, “per esclusione” e cioè elimino quelli che non hanno una o l’altra.

Per esempio devo avere una maglietta rossa con le maniche corte, elimino quelle non rosse e quelle con le maniche .non corte

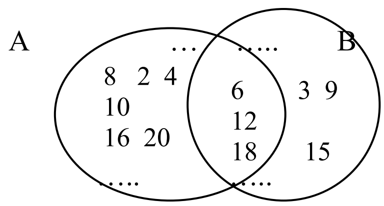
(così facendo elimino $\overline{A}$ e $\overline{B}$)

che è la stessa cosa che cercare le magliette rosse e quelle con le maniche corte

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \ o \ \overline{B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

8) Come ultimo caso che ci conviene analizzare, possiamo portare questo.

Cosa scommetteresti che nell’estrazione della biglia dell’esercizio 6), mi venga un pari e multiplo di 3.



Analizziamo le informazioni: rispetto ai casi precedenti i due eventi non sono incompatibili, l’intersezione non è vuota. Intuitivamente ci rendiamo conto che se sommassimo le due conteremmo due volte la parte comune. Potremmo ovviare alla difficoltà semplicemente scrivendo che vale in generale:

$$P\ (A\ o\ B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

NUOVE SITUAZIONI (II)

1) Lancio contemporaneamente un dado e una moneta. Come valuteresti la probabilità che esca testa e 2?

2) Sembra che il riconoscimento elettronico della retina sia tale che solo un individuo su un milione può avere un occhio con la stessa struttura e tre su un miliardo che tutti e due gli occhi siano uguali a miei. Scommetteresti che la cassaforte che riconosce solo i miei occhi rimarrà chiusa ai ladri?

3) Il solito condannato a morte ha la facoltà di trovare uno scampo alla sua condanna se sceglie una biglia bianca da un'urna. Ha di fronte a sé due urne e in esse dovranno essere disposte due biglie bianche e due biglie nere. Al prigioniero viene concessa la facoltà di suggerire in che modo porre le biglie nelle urne per aver la massima probabilità di scegliere quella favorevole. Quale suggerimento darà?

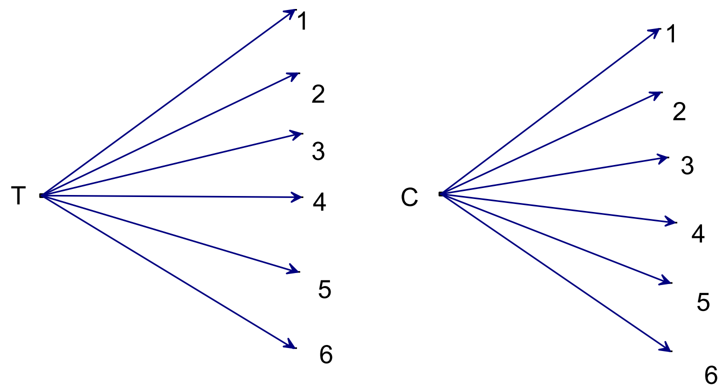
4) Un nonno ha in tasca tre monete indistinguibili al tatto, due d'argento e una d'oro. Il nonno dice a tre nipoti di mettere una mano nella sua tasca e prendere uno dopo l'altro, ciascuno una moneta. I tre nipoti si litigano per l'ordine di scelta. Hanno ragione?

5) Una famiglia ha due figli non gemelli. Qual è la valutazione di probabilità che uno sia maschio e l'altro femmina?

   Sai che uno dei due è maschio, come valuteresti la probabilità che l'altro sia femmina?

Elaboro:

1) Ammettendo che il gioco sia equo, cioè regolare, nessuna faccia del dado o della moneta è privilegiata rispetto alle altre quindi mi comporto come fossero tutte uguali. La situazione può essere tradotta così



Cioè con le monete posso avere testa o croce e col dado un numero da uno a sei. Quindi nel lancio della moneta 1/2 avrò C, 1/2 avrò T. nel dado ogni faccia ha 1/6 delle possibilità di uscire. Ora devo valutare :

P(T e 2) = P(T) * P(2) = 1/2 * 1/6 = 1/12

2) Secondo le informazioni che possiedo, se il sistema di sicurezza elettronico controlla entrambi gli occhi, ho 3 possibilità su un miliardo che una qualsiasi persona riesca ad entrare; se esamina solo un occhio solo una persona su un milione.

Quindi in teoria avrei 1/1.000.000 oppure 3/1.000.000.000 possibilità che qualcuno possa entrare.

Ma i ladri non corrispondono all'intera popolazione a cui fa riferimento il mio rapporto, posso senza problemi considerarli persone qualunque? Probabilmente no e allora avrei bisogno di conoscere quale parte del totale è l'insieme dei delinquenti per vedere, mettendoli in relazione con le informazioni che ho, quale possibilità c'è che riescano ad entrare, oppure direttamente quel rapporto.

3) [Tengo sempre presente la scelta a caso sia delle urne sia delle biglie e la loro indistinguibilità (per me sono uguali)].

Provo a veder i casi e le situazioni che posso creare e quali probabilità ho di vincere per ciascuna. Sceglierò poi la più conveniente nel senso che sarà per me quella più vicino alla certezza. Potrò avere:

a) 1° urna 2° urna

In questo caso se scelgo l'urna 1 sono sicura di prendere un bianco, B, se mi capito l'urna 2 avrò certamente un nero, N. quindi la mia sorte si decide nella scelta a caso dell'urna, quindi la mia possibilità di vivere sarebbe ½ . Uguale a questo caso è ovviamente, a livello di probabilità il suo simmetrico, scambiando di contenuto la 1°urna e la 2°.

b) 1° urna 2° urna

In questo caso se prendo la 1° urna posso solo ottenere B, se scelgo la seconda ho una possibilità su tre di avere B. Quindi a me va bene sia scegliere la prima che scegliere la seconda per prendere B.

Allora:

$$P(V) = P(B) = P(1° \text{ o } 2°) = P(1°) + P(2°) * P(B/2°) =$$

$$= 1/2 + 1/2 * 1/3 = 1/2 + 1/6 = 2/3$$

Analoga situazione ci sarà scambiando il contenuto delle urne.

c) 1° urna 2° urna

Questa eventualità mi va bene solo se prendo la seconda e bianco.

$$P(B) = 1/2 * 2/3 = 1/3 \quad \text{con la sua simmetrica}$$

che è praticamente la soluzione complementare della precedente.

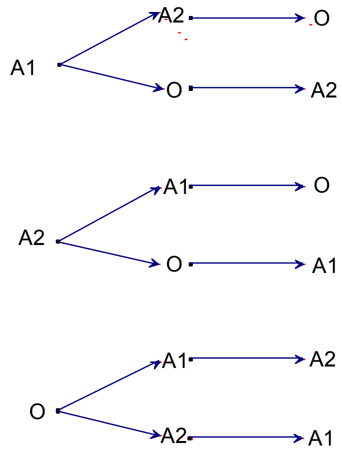
d) Posso ancora mettere tutte le biglie in un’urna sola. Per salvarmi devo azzeccare l’urna giusta e una delle due biglie bianche sulle quattro che ho:

$$P(1° \text{ e } B) = 1/2 * 1/2 = 1/4$$

Con il suo simmetrico ovviamente.

A questo punto posso concludere che il caso più favorevole è il secondo.

4) Le tre monete indistinguibili mi obbligano a leggere direttamente le mie valutazioni dal sistema fisico:



Questi sono i casi possibili relativamente a 2 monete d'argento e 1 d'oro e una sequenza di tre persone che prendono dalla tasca del nonno. E' ovvio che le monete che escono non sono più prendibili dai successivi. Quindi se al primo ho tre possibilità, al secondo ne ho due e la terza moneta che resta è definita; da qui il numero delle sequenze:

3*2 = 6

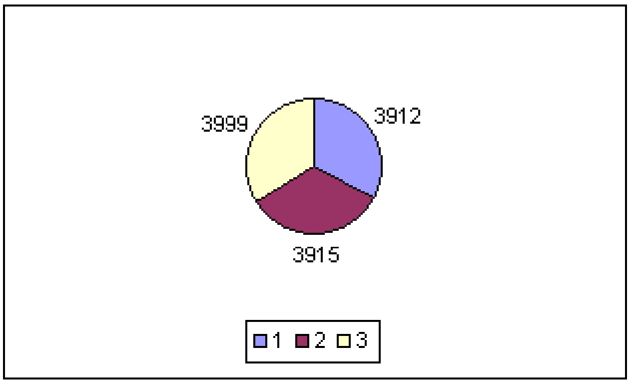
Deducendo dallo schema fatto , il primo ha 1/3 delle probabilità di prendere O, il secondo 2/6 = 1/3 e analogamente per il terzo.

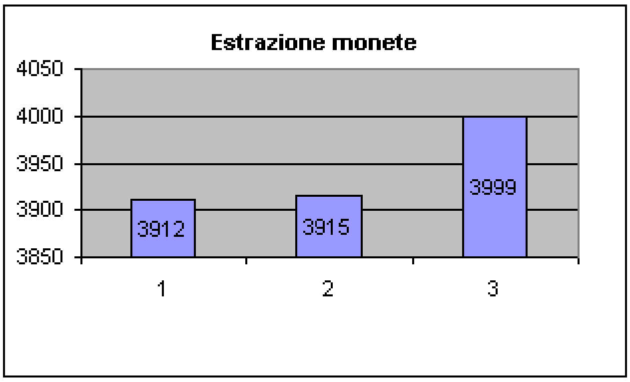
Quindi tra i tre non c'è nessun privilegio, non hanno ragione di litigare.

Tullio non è per niente d'accordo sulla valutazione di probabilità che "ragionevolmente" abbiamo tratto: le probabilità di prendere l'oro alla prima, alla seconda o alla terza estrazione sono le stesse.

Inutile dire che, nonostante innumerevoli sforzi, non siamo riusciti a persuadere Tullio sul non privilegio del primo che prende. Continuava a sostenere che il primo è l'unico ad avere la scelta completa e se prende l'oro gli altri sono "fregati". Forse però confonde la fortuna che può avere con la reale probabilità di prendere la moneta più preziosa e poi immaginando che l'oro sparisca al primo colpo inserisce un'informazione in più ed esamina solo un'eventualità. Per convincerlo abbiamo pensato di fare un modello della situazione facendo eseguire alla macchina un certo numero di successive estrazioni a caso di tre numeri, ben sapendo che "nelle grandi quantità" (legge empirica dei grandi numeri) la probabilità viene quasi esattamente rispettata e di farci dare i risultati contando quante volte, sul numero totale, lo 0(il numero prescelto per rappresentare l'oro) compariva al prima, al secondo e al terzo posto.

In prove successive abbiamo ottenuto con un'elaborazione da Excel:





Tot. Dati	11826	
N. degli 1	N. dei 2	N. dei 3
3912	3915	3999

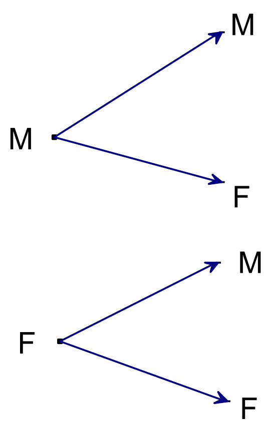
Sarà convinto ora Tullio?

Nota.

Lo strumento informatico è stato sfruttato nell'elaborazione e nella modellizzazione delle situazioni (Negli anni ottanta abbiamo sfruttato anche linguaggi di programmazione come il Basic evolvendo poi nel tempo con tutti i più significativi software).
Si vede solo un piccolissimo esempio esplicito del suo uso per non dilatare il lavoro in una direzione molto importante e parallela, ma diversa nelle sue problematiche logiche, psicologiche e culturali in generale.
*Volevamo evidenziare un lavoro di costruzione di sapere propedeutico, data l'età degli allievi, alla conoscenza vera e propria, lavoro in cui il calcolo è estremamente semplice ed immediato. L'uso di strumenti e in particolare delle nuove tecnologie in supporto alla matematica è invece da analizzare in modo approfondito. Da essi derivano infatti suggerimenti logici e procedurali molto importati che fanno spesso cambiare completamente l'approccio al problema. Anche in passato, con gli strumenti che oggi possiamo chiamare convenzionali, si sarebbe potuto fare un analogo approfondimento che in generale non è stato affrontato. Le nuove tecnologie esaltando ed esasperando il ruolo dello strumento, hanno forse permesso di fare un'analisi critica delle metodologie didattiche e degli itinerari culturali che si mettono in atto affinché gli allievi raggiungano la conoscenza.***

5) Posso considerare questa situazione come quella delle monete immaginando di fare due lanci, poiché se una minima differenza c'è, nella possibilità che venga M piuttosto che F noi la eliminiamo non avendola a disposizione.

Posso quindi dire:



2^2 casi

Che si abbia un maschio e una femmina si hanno i due casi MF e FM, per cui:
P = 2/4

Sapendo già che uno è maschio prendo in considerazione solo tre casi. Ho allora due casi su tre che mi portano alla soluzione, per cui:
P = 2/3

ESEMPIO RIASSUNTIVO

In un'industria due macchine producono approssimativamente alla stessa velocità un certo pezzo. So anche che le macchine producono pezzi avariati in modo diverso perché statisticamente ho notato che la macchina a dà un pezzo difettoso con la percentuale dello 0,1%, mentre per la macchina B la percentuale è dello 0,4%.

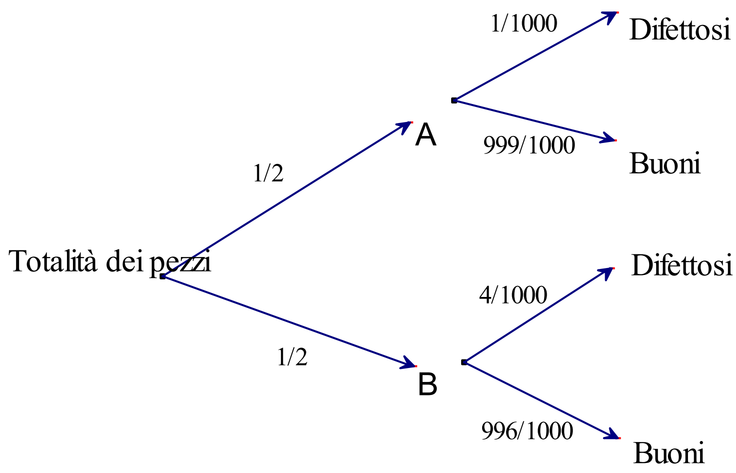
1) Prendendo un pezzo a caso qual è la valutazione di probabilità che venga dalla macchina A?
2) Quale la valutazione che un pezzo venga dalla macchina A e sia avariato?
3) Che un pezzo preso a caso sia difettoso?

Elaboro:

1) La mia valutazione non può andare al di là del fatto che nessuna delle due macchine è privilegiata in un senso o nell'altro quindi mi faccio un modello matematico e approssimativo (nella realtà non trovo questo rigore, questa perfezione) della situazione che prevede una simmetria tra A e B in fatto di pezzi prodotti in un dato tempo. Quindi:

$$P(A) = 1/2$$

2) Ci troviamo di fronte ad un caso in cui devo valutare "eventi compatibili" a proposito di ciascuno dei quali ho delle informazioni precise



Quindi:

P(A e D) = P(A) * P(D/A) = 1/2 * 1/1000 = 1/2000

3) Dell'insieme "difettosi" io posso trovare i due sottoinsiemi "”proveniente da A" e "proveniente da B". Per valutare la probabilità sulla totalità dei difettosi unisco i due sottoinsiemi come si nota nel diagramma ad albero.

Quindi:

$$P(D) = \mathrm{P[(AeD)\ o\ (B\ e\ D)] = P(A\ e\ D) + P(B\ e\ D)} =$$

$$= 1/2 * 1/1000 + 1/2 * 4/1000 = 1/2000 + 4/2000 = 5/2000 = 1/400$$

.

NUOVE SITUAZIONI (III)

1) Un gene difettoso incide sulla popolazione per il 20%. Se un individuo per risentire della malattia deve essere omozigote per quel carattere, qual è la valutazione di probabilità sulla malattia di un prossimo nascituro? E il suo essere sano? E il suo essere portatore' e il suo essere sano <u>o</u> portatore?

2) Perché in una partita di calcio i giocatori accettano facilmente che la squadra che inizia sia indicata dal lancio di una moneta? Si potrebbe lanciare un dado? Per realizzare una situazione analoga?

3) Supponiamo che una statistica su fumatori sia stata fatta su di un campione significativo.

   Eccone il risultato:

CATEGORIE	N. INDIVIDUI	N. CASI DI BRONCHITE
Forti fumatori	44	33
Fumatori medi	120	66
Fumatori leggeri	145	58
TOTALE	309	157

Sapresti rappresentare la situazione con gli insiemi?

Quanto si potrebbe valutare la probabilità che un individuo preso a caso tra di essi sia un forte fumatore? Sia un forte fumatore <u>o</u> abbia la bronchite? Sia un forte fumatore <u>e</u> abbia la bronchite? Che non abbia la bronchite?

So che uno è un forte fumatore, come valuteresti la probabilità che abbia la bronchite?

Ti pare diversa la situazione precedente rispetto a quella della terza domanda? Perché?

4) Un gioco televisivo consiste nell'individuare una parola di 6 lettere prese tra le 12 della frase "Vinca la sorte". Per ogni errore il monte premi aumenta di 300.000 lire. Ti stupisci che si possa arrivare a più di 225.000.000 senza che la parola sia stata scoperta? Non dare una risposta intuitiva ma conseguente ad una valutazione razionale da spiegare.

5) In una scuola il 75% dei ragazzi supera le tre medie in 3 anni, il 17% in 4 anni e il resto in più di 4 anni.

Come potresti interpretare tali dati per il futuro scolastico di un ragazzo che sta per entrare nella scuola? Quali cautele devi prendere per valutare la situazione? Perché?

6) Facendo a caso la schedina del totocalcio ti aspetteresti facilmente di vincere? Perché?

Quanti sono i casi possibili relativamente alle colonne da compilare?

Possiamo parlare di distribuzione uniforme della probabilità? Perché?

Un sistema di 5 partite (cioè a 1 o x o 2 sempre buone a priori) come cambia la situazione su cui fare le tue valutazioni?

7) Si lanciano 2 dadi. In che modo si possono distribuire i possibili risultati in modo che tre persone abbiano le stesse condizioni? C'è un'unica soluzione'

8) Ho in tasca tre gettoni colorati, uno con due facce rosse, uno con due facce bianche e uno con una faccia rossa e una faccia bianca.

Estraggo a caso (essi sono indifferenziabili al tatto) uno di essi:

Che cosa scommetteresti che sia bianco?

Che sia bianco e provenga dal gettone tutto bianco?

Che non sia bianco?

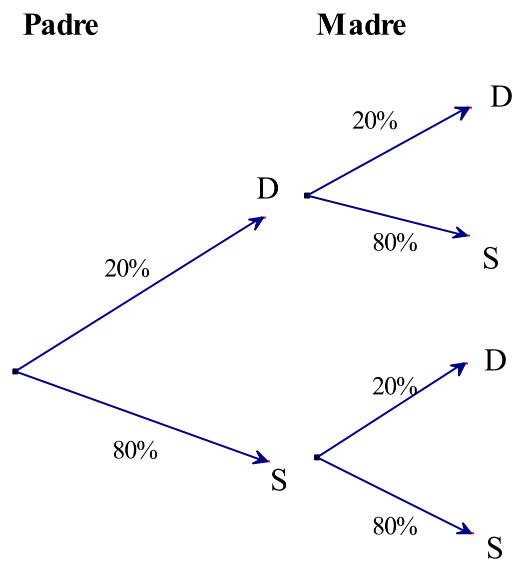
Sai che la faccia uscita è bianca; che cosa scommetteresti che sia anche del gettone tutto bianco?

9) Supponi che dopo i soliti rilevamenti statistici, una compagnia di assicurazione abbia valutato del 75%, al momento della tua nascita nel 75, la probabilità che tu possa vivere fino a 70 anni, e sempre nel 75 del 98% quella di arrivare alla tua età odierna.

Oggi, secondo te, ammettendo che i rilevamenti statistici non abbiano subito cambiamenti apprezzabili, valuteresti la tua probabilità di arrivare a 70 anni ancora del 75%? Perché si o perché no? Che ragionamento devi fare per dare la tua risposta?

Elaboro:

1) Ricevendo come informazione "un gene difettoso incide per il 20% sulla popolazione" stabiliamo che un individuo ha il 20% di probabilità di dare al proprio figlio un gamete con gene difettoso; possiamo quindi schematizzare la situazione in questo modo:



Tenendo presente che gli eventi malato, sano, portatore sono determinati dalle combinazioni di due possibilità che possono venire dal padre o dalla madre, come sopra, posso leggere direttamente sullo schema fatto:

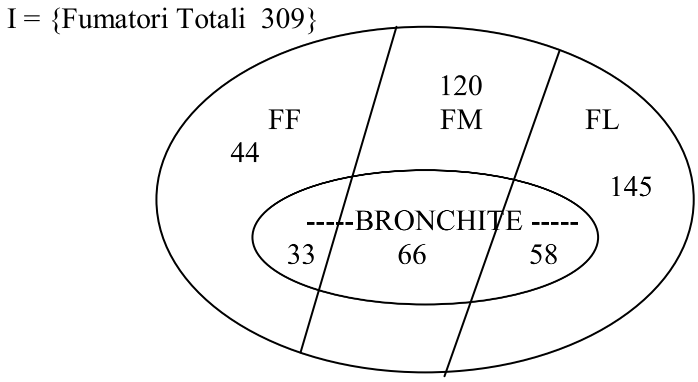
$$P(M) = 20/100 * 20/100 = 1/25$$

$$P(S) = 80/100 * 80/100 = 16/25$$

$$P(P) = P(DS\ \underline{o}\ SD) = 20/100 * 80/100 + 80/100 * 20/100 = 8/$$

$$(S\ \underline{o}\ P) = P(\overline{M}) = 25/25 - 1/25 = 24/25$$

2) Rappresento con gli insiemi i risultati dell'indagine fatta:



Per le mie valutazioni di probabilità attingo direttamente dai dati forniti dalla tabella:

$$P(FF) = 44/309$$

$$P(FF\ \underline{o}\ B) = P(FF) + P(B) - P(B\ \underline{e}\ FF) = 44/309 + 158/309 - 33/309 = 169/309$$

$$P(FF\ \underline{e}\ B) = 33/309$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 158/309 = 151/309$$

Se so che uno è un forte fumatore faccio riferimento solo al sottoinsieme FF senza tener conto del resto: Il tutto non sarà allora più rapportato a 309, ma a 44.

$$P(B/FF) = 33/44$$

Il cambiamento di denominatore esprime quindi la differenza rispetto ai casi precedenti.

3) I giocatori di calcio accettano di affidarsi al lancio di una moneta, scegliendone una faccia per determinare l'inizio di una partita perché (tralasciando come è ragionevole in queste circostanze, la differenza minima di peso tra le due facce) testa o croce hanno uguale probabilità di uscita. Andrebbe bene anche un dado a questo proposito perché in esso si mantiene la caratteristica di sistema fisico della moneta, per cui la probabilità di ogni faccia è uguale alle altre. L'unico accorgimento da adottare sarebbe di far scegliere uno stesso numero di facce a ciascuna squadra, cioè tre ognuna: 3/6 = 1/2 .

4) Per capire la situazione vediamo quante sequenze di 6 lettere diverse si possono ottenere con le 12 lettere che possiedo all'inizio (consideriamo il tutto come se le varie combinazioni possedessero senza eccezione un senso compiuto, dal momento che non sono in grado di valutare quante siano quelle con significato).

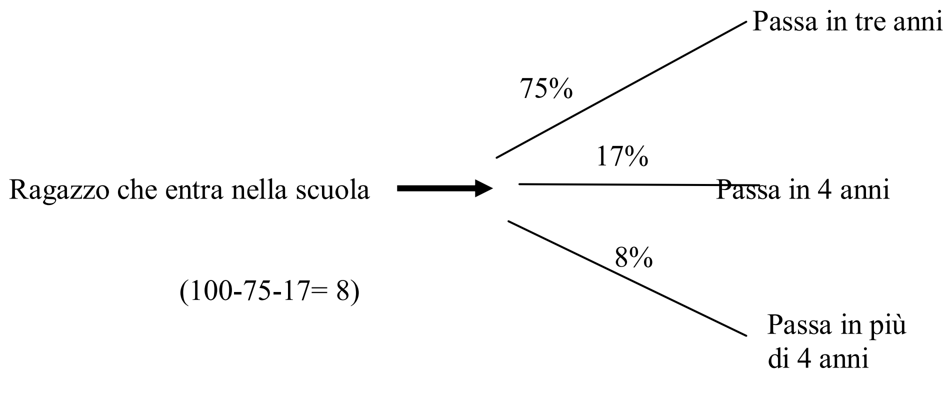
Nella sequenza, nella prima "posizione" posso avere 12 lettere, nella seconda 11, poi 10, 9, 8, 7.:

N (numero di combinazioni possibili) = 12 * 11 * 10 * 9 * 8 * 7 = 665.280

Non c'è quindi da stupirsi se il montepremi ha raggiunto 225 milioni senza essere vinto da nessuno.

(D'altra parte 225.000.000/300.000 = 750, avevano fatto solo 750 tentativi!)

5) Io so



Se non avessi altre informazioni mi baserei su questo per valutare il futuro di un ragazzo, ma senza dimenticare che questa situazione dipende moltissimo dall'individuo in questione, troppo per poter prendere le indicazioni che ho come buone e sicure. Se ho a che fare con un genio sono quasi del tutto convinta che supererà le medie, in 3 anni, potrei dire con il 98% delle probabilità (lasciando al 2% le possibilità di imprevisti). Questo per dire che quello schema non è rigidamente uguale per ogni ragazzo perché è il risultato di un complesso di situazioni in cui entra anche la valutazione dell'individuo.

6) Facendo la schedina, per vincere devo avere giusti 13 risultati, ognuno dei quali ha variabilità 3, quindi facendo a caso ho 3^{13} possibilità, che ovviamente non posso giocare tutte. Non mi aspetterei certo, di conseguenza, di vincere con facilità. Non si può parlare di distribuzione uniforme della probabilità per i risultati delle partite perché non è solo il caso a decidere, ma molti fattori in parte prevedibili che fanno pendere il piatto della bilancia da una parte piuttosto che da un'altra: sarebbe quindi logico valutarli e tenerli in considerazione.

   Con un sistema che mi dà 5 possibilità giuste a priori, restano solo 3^8 combinazioni.

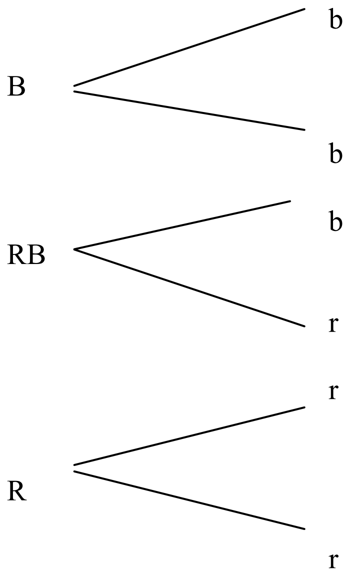
7) Se lanciamo due dadi e devo fare in modo che tre persone abbiano la stessa probabilità di vincere devo dividere le combinazioni possibili (6 * 6 = 36 anzi 36/2 cioè 18 perché considero una coppia e la sua inversa la stessa cosa) per 3, 18/3 = 3 ciascuno

C'è più di una soluzione nel senso che ognuno può scegliere quelle che vuole dal momento che hanno la stessa probabilità di uscita.

Diverso sarebbe il discorso se parliamo di risultati perché a seconda dei numeri ci sono più o meno combinazioni che li determinano (come avevamo già visto precedentemente).Andrebbe quindi ripreso il problema in quel senso.

7) Come al solito posso schematizzare la situazione:

(lettere maiuscole come iniziali colori gettoni e lettere minuscole come iniziali colori facce)



Dal momento che mi trovo di fronte ad un sistema fisico (i gettoni che io prendo non possono essere riconosciuti al tatto) per valutare la situazione è sufficiente, con riferimento al diagramma, contare le possibilità:

$$P(b) = 3/6 = 1/2$$

(lo si vede anche dalla simmetria della situazione)

$$P(b\ \underline{e}\ B/b) = 1/2 * 2/3 = 1/3$$

$$P(\bar{b}) = 1/2$$

Sapendo che la faccia uscita è bianca:

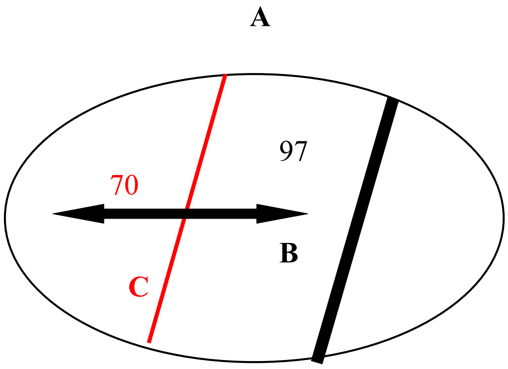
$$P(B/b) = 2/3$$

8) Rappresento la situazione con gli insiemi in maniera da aver dei dati visualizzati più chiaramente.

A = (totale degli individui nati

$B \subset A$ B = (Persone ancora vive a 14 anni)

$C \subset B$ C = (Persone vive a 70 anni)



P(70 anni) = 70/100

70 persone, infatti, delle iniziali 100 arrivano a 70 anni

Ora la probabilità che cerco è quella di arrivare a 70 anni, ma che ha raggiunto un ragazzo che ha già 14 anni, quindi sapendo che è tra i 97.

Saranno sempre i predestinati 70 individua ad arrivare a 70 anni, non però su di un totale di 100, ma su di un totale di 97, perché la prima "selezione" è già stata fatta e il ragazzo non ha più il dubbio di arrivare nell'insieme B (se non ci arrivasse non potrebbe neppure raggiungere l'insieme C), perché c'è già arrivato.

La probabilità sarà quindi:

P(70 anni/14 anni) = 70/97

NUOVE SITUAZIONI (IV)

(problemi che sono stati portati agli esami di terza media in alcune sessioni)

1) La prossima settimana il Collegio Docenti dovrà votare se continuare o no nella scuola il corso di Canottaggio. Il corso dovrà poi essere approvato da Consiglio d'Istituto.

   a) Potresti modellizzare la situazione con il lancio di monete? Perché

   b) Conoscendo tu direttamente l'argomento , come valuteresti ogni votazione?

   c) Con un diagramma ad albero (o nel modo che preferisci) e tenendo conto delle tue valutazioni, schematizza l'intera situazione.

   d) Come valuteresti la probabilità che il corso venga approvato?, cioè che venga approvato dai "Docenti e dal Consiglio d'Istituto"?

   e) Che sia approvato dai Docenti, ma non dal Consiglio d'Istituto?

   f) Se tu già sapessi dell'approvazione dei Docenti, cambierebbe e come la tua valutazione circa l'approvazione finale?

2) (il discorso si riallaccia ad una piramide retta a base quadrata ….)

   Usa i sette colori dell'arcobaleno (R, A, G, B, Ve, I, Vi) per colorare le facce della piramide in modo che due facce non abbiano lo stesso colore.

   Quante possibili successioni hai?

   Valuta la probabilità che estraendo una cinquina a caso, ci sia sempre il rosso.

   Che valutazione daresti in modo che non ci sia né A, né B, né G?

3) Nell'uomo il carattere "occhi con ciglia lunghe" è determinato geneticamente. Indica con la lettera A l'allele dominante che determina la presenza delle ciglia lunghe e con la lettera a la forma recessiva che determina le ciglia corte.

   a) Come saranno le ciglia degli occhi di individui che possiedono la coppia AA, la coppia Aa, la coppia aa?

b) Se due genitori hanno entrambi le ciglia lunghe può nascere loro un figlio con le ciglia corte? Con quale probabilità? Qual è invece la probabilità che nasca loro un figlio con le ciglia lunghe?

c) Esamina ora sia il caso che i genitori siano entrambi omozigoti, sia il caso che siano entrambi eterozigoti, sia il caso che un genitore sia omozigote e l'altro eterozigote.

d) Fa il diagramma ad albero della situazione sopra descritta nel caso dei due genitori eterozigoti.

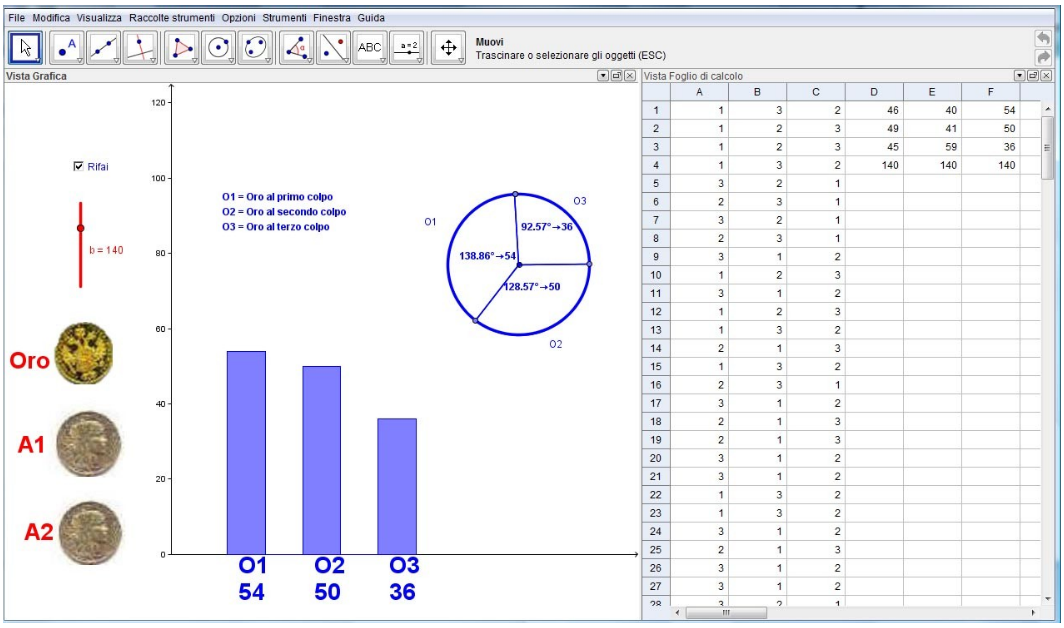
e) Quale sistema fisico che abbiamo preso in considerazione ti ricorda?

f) Come lo modelleresti per verificare, aiutandoti con un PC ?

g) Che cosa succede effettuando le prove?

h) Che cosa ti darebbe la macchina verificando con "grandi numeri

**Un’elaborazione odierna del problema del “nonno” con GeoGebra



Maria Cantoni
maria.cantoni@alice.it

Note

1. Luciano Daboni "Calcolo delle probabilità ed elementi di statistica", UTET Libreria, Torino.

2. Carlo Felice Manara "Il certo e il probabile. Piccolo manuale di logica e di calcolo delle probabilità", Editrice La Scuola, Brescia.

3. "We must remember that the probability of an event is not a quality of the event itself, but a mere name for the degree of ground which we, or someone else, have for expecting it... Every event is in itself certain, not probable: if we knew all, we should either know positively that it will happen, or positively that it will not. But its probabilily to us means the degree of expectation of its occurrence, wich we are warranted in entertaining by our present evidence." John Stuart Mill, Logic. Book 3, Chapter 18. (Citato da M. G. Bulmer. Principles of Statistics., Pagg. 5 - 6. New York, Dover Publications, 1967)

4. Hans Freundenthal "Ripensando l'educazione matematica" a cura dei prof Carlo Felice Manara, Editrice La Scuola, Brescia